CHAPITRE 1 - NOMBRES ENTIERS OU DECIMAUX

ORGANISER UN CALCUL

CONTENU DU CHAPITRE

CHAPITRE 1 - NOMBRES ENTIERS OU DECIMAUX

ORGANISER UN CALCUL

1 Rappels de vocabulaire

- Le résultat d'une addition s'appelle la …*somme*…………. (symbole Σ qu'on lit « sigma »)
- Le résultat d'une soustraction s'appelle la …*différence*…………………….. (symbole Δ qu'on lit « delta »)
- Le résultat d'une multiplication s'appelle le …*produit*……………………..
- Le résultat d'une division s'appelle le ……*quotient*…………………………….

Quand on additionne ou quand on soustrait des nombres, on parle de …*termes*………………………….. de l'opération.

Quand on multiplie des nombres, on parle des …*facteurs*………………………….. de l'opération.

Dans la division euclidienne suivante : 50 ÷ 3

50 est le …*dividende*…………….

3 est le ……*diviseur*………….

16 est le ……*quotient*………………..

2 est le ……*reste…*…………..

Un nombre décimal est un nombre **fini** encadré par 2 entiers consécutifs.

Un nombre décimal comprend 2 parties :

- La partie *entière*…………..
- La partie *décimale*…………..   qui doit être **finie.**

On peut écrire un nombre décimal en utilisant la …*virgule*………………… .

C'est son écriture …*décimale*………………… .

On peut écrire un nombre décimal en utilisant une …*fraction*…………………..

C'est son écriture …*fractionnaire*………………………………….

Exemple : 1032,5 est un nombre décimal, exprimé avec son écriture décimale.

On peut aussi écrire ce nombre en utilisant une fraction : $\frac{10325}{10}$

Cette fraction est appelée fraction …*décimale*…………………………, car son dénominateur est une puissance de 10 (10, 100, 1000, 10 000, …)

On peut aussi choisir une fraction quelconque telle que $\frac{2065}{2}$ pour représenter 1032,5 en écriture fractionnaire.

π……*n'est pas*………………………….. un nombre décimal car ……*sa partie décimale n'est pas finie*……………………

1/3 ……*n'est pas*…………….. un nombre décimal car ……*sa partie décimale n'est pas finie*………………………………

½ ………..*est un*………………………………………… un nombre décimal car ………*sa partie décimale est finie*…………………….

La **troncature** à l'unité d'un nombre décimal est *la partie entière*……………….. du nombre décimal.

Ce n'est ni un arrondi, ni sa valeur approchée.

Exemple : Soit le nombre décimal 3245,785

Sa troncature à l'unité est ...*3245*................

Alors que sa valeur arrondie à l'unité est ...*3246*.................

Et que sa valeur approchée à l'unité par défaut est ...*3245...*...................., et par excès est ...*3246*.................

Rappel de la règle de l'arrondi :

L'arrondi à l'unité d'un décimal est le nombre entier le plus proche. Si le nombre qui suit est <5, on prend la valeur par défaut, si le nombre qui suit est >=5 on prend la valeur par excès.
exemples : L'arrondi à l'unité de 1 257,486 est 1257 ; L'arrondi à l'unité de 1 257,687 est 1258 ; L'arrondi à l'unité de 1 257,587 est 1258

Encadrement :

Encadrer un nombre, c'est donner une « fourchette » de 2 nombres autour du nombre qu'on ne connaît pas précisément, avec une précision choisie ou imposée.

Exemple : donner « à peu près » l'âge de quelqu'un « à 5 ans près » ; donner la distance entre le collège et la gare de Bécon « à 10 mètres près ».

Notion d'ordre de grandeur :

Un ordre de grandeur est une autre façon de donner une information sur une grandeur qu'on ne connaît pas précisément. L'ordre de grandeur donne « une idée » de la grandeur.

On dit « Estimer un ordre de grandeur ».

Avant d'effectuer un calcul compliqué, il est recommandé d'estimer un ordre de grandeur, pour vérifier que le résultat du calcul exact est cohérent avec cette estimation.

Exemples : Ordre de grandeur de la population mondiale ? ....

Ordre de grandeur de la distance Terre – Lune ? ....

Estimer l'ordre de grandeur de : A = 5476,2 + 27,1

B = 60,3 x 5,1

2 Règles opératoires (*à connaître par cœur)*

- **Pour multiplier** un nombre décimal par 10, 100 ou 1000, on déplace la virgule de 1,2 ou 3 rangs vers la *droite* ..... selon le nombre de zéros du multiplicateur et on rajoute si besoin un ou plusieurs zéros.
  23,46 x 10 = ... 45,7 x 100= ....
- **Multiplier** un nombre décimal par 0,1 ; 0,01 ; 0, 001 revient à *diviser* .... ce nombre par 10, 100 ou 1000, on déplace la virgule de 1,2 ou 3 rangs vers la *gauche* et on rajoute si besoin un ou plusieurs zéros. 564,3x 0,01 = ... 64,8x 0,001 = ...

<u>Exprimer</u> <u>un calcul, à l'aide d'une</u> **<u>expression</u>**

Une expression est une suite de calculs qui peut comporter une ou plusieurs opérations. Pour calculer une expression, il est nécessaire de respecter des priorités opératoires.
Remarque : on dit calculer une expression et effectuer une opération.

Une expression commence par une lettre majuscule, (ou par une suite de lettres ou de mots) choisie ou imposée par l'énoncé.

Exemples d'expressions :

Avec une lettre : **A** = 279 + 42 – 16

Avec une suite de mots **: Nombre de bonbons restant** = 35 – (35 ÷ 3)

<u>Priorités opératoires (par cœur):</u>

Règle 1 : Dans une expression ne comportant **que** des additions, ou bien **que** des multiplications, on peut inverser l'ordre des termes, ou l'ordre des facteurs (*comme ça nous arrange, pour trouver des regroupements astucieux).*

Exemples :

$A = 12{,}4 + 8{,}53 + 27{,}6$
$\quad = \underline{12{,}4 + 27{,}6} + 8{,}53$ -→on regroupe pour calculer astucieusement
$\quad = 40 + 8{,}53$
$\boxed{A = 48{,}53}$

$B = 125 \times 13{,}6 \times 8$
$\quad = \underline{125 \times 8} \times 13{,}6$ -→on regroupe pour calculer astucieusement
$\quad = 1\,000 \times 13{,}6$
$\boxed{B = 13\,600}$

Remarquer la présentation des lignes de calcul :

- On passe à la ligne à chaque nouvelle étape.
- On place le signe = exactement au dessous du signe = précédent
- On a le choix de répéter la lettre A à chaque ligne, ou pas, en plaçant bien la lettre A sous la lettre A précédente.
- On encadre son résultat final, qui comporte obligatoirement la lettre

Règle 2 : Dans une expression ne comportant **que** des additions et des soustractions, on effectue les opérations l'une après l'autre en commençant par la gauche.

Exemple :

$C = \underline{9} + \underline{2} - 7 + 3$ --→ *on effectue les calculs de gauche à droite*
$\quad = \underline{11} - \underline{7} + 3$ --→ *on calcule la différence de 11 et de 7*
$\quad = \underline{4} + \underline{3}$ -→ *on calcule la somme de 4 et de 3*
$\boxed{C = 7}$

Règle 3 : Dans une expression ne comportant **que** des multiplications et des divisions, on effectue les opérations l'une après l'autre en commençant par la gauche.

Exemple :

$D = \underline{3 \div 2} \times 4 \div 3 \times 8$ --→ *on calcule le quotient de 3 par 2*

$= \underline{1{,}5 \times 4} \div 3 \times 8$ --→ *on calcule le produit de 1,5 par 4*

$= \underline{6 \div 3} \times 8$ --→ *on calcule le quotient de 6 par 3*

$= 2 \times 8$ --→ *on calcule le produit de 2 par 8*

$\boxed{D = 16}$

Règle 4 : Dans une expression comportant une suite d'opérations, on effectue **d'abord** les multiplications et les divisions**, puis** les additions et soustractions. On dit que multiplication et division sont **prioritaires** sur addition et soustraction.

Exemples :

$E = 62 - 6 \text{ x } 7$ --→ *on commence par la multiplication*

$= 62 - 42$

$\boxed{E = 20}$

$F = 16 + \underline{3 \text{ x } 5} - \underline{1{,}8 \div 2}$ --→. on effectue d'abord la multiplication et la division Aucune addition, ni soustraction n'est effectuée pendant ce temps

$= \underline{16 + 15} - 0{,}9$ --→ *on effectue les calculs de gauche à droite*

$= 31 - 0{,}9$

$\boxed{F = 30{,}1}$

Règle 5 : Dans une expression comportant des calculs entre parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses. On dit que les calculs entre parenthèses sont prioritaires.

Si les calculs entre parenthèses sont imbriqués les uns dans les autres, on effectue en premier le calcul des parenthèses les plus « intérieures ».

Quand on a 2 calculs entre parenthèses imbriqués, on peut remplacer les parenthèses les plus « extérieures » par des crochets.

Exemples :

$A = [34-(\underline{25-6})]\text{x}8$ --→ on commence par la parenthèse la plus intérieure

$= (34 - 19) \text{ x}8$

$= 15\text{x}8$

$A = 120$

$B = (39+33) : (15-7)$--→ on commence par les parenthèses (elles sont indépendantes, elles ne sont pas imbriquées)

$= 72 : 8$

$B = 9$

3 Cas particulier des expressions comportant des quotients

On peut écrire un quotient de deux façons : sous forme d'expression en ligne ou sous forme d'écriture fractionnaire

Exemple 1 : Ecrire ce quotient (27+6) ÷ 3 sous forme d'écriture fractionnaire et calculer

$$(27+6)\div 3 = \frac{27+6}{3}$$
$$= \frac{33}{3}$$
$$= 11$$

remarques : Lorsqu'un quotient est exprimé sous forme d'écriture fractionnaire, les expressions figurant au numérateur et au dénominateur sont écrites <u>sans</u> parenthèses inutiles. Pour calculer un quotient on commence par calculer séparément le numérateur et le dénominateur avant d'effectuer la division.

Exemple 2 : Ecrire ce quotient $\frac{64}{\frac{6}{3}}$ sous forme d'une expression en ligne et calculer

$$\frac{64}{\frac{6}{3}} = 64 \div (6 \div 3) ----\rightarrow \textit{Attention à bien positionner le signe égal au niveau du trait de fraction}$$
$$= 64\div 2$$
$$= 32$$

Remarque : Dans une expression comportant un quotient sous forme fractionnaire, il est possible, mais pas obligatoire de remplacer cette écriture par un calcul en ligne avec des parenthèses.

Exemple :

$$K = \frac{13+5}{12-4}$$
$$K = (13+5) \div (12-4)$$
$$K = 18 \div 8$$
$$K = 2{,}25$$

4 Distributivité de la multiplication

4.1 Développer une expression comportant une multiplication

Définition : Développer une expression comportant une multiplication consiste à appliquer le facteur de multiplication à tous les autres termes de l'expression.

On dit que la multiplication est **distributive par rapport** à l'addition et à la soustraction.

Exemples :

A = 12 x (10 + 0,4)

Soit on calcule l'expression avec les règles vues précédemment (calcul entre parenthèses prioritaire sur le reste, etc…),

Soit on applique la distributivité de la multiplication : Le facteur 12 s'applique aux 2 termes à l'intérieur de la parenthèse.

A = 12 x (10 + 0,4)

A = 12 x 10 + 12 x 0,4

On a transformé un produit en une somme de 2 produits.

Le résultat est le même, mais parfois, il est plus facile d'appliquer l'une ou l'autre des méthodes.

La multiplication est aussi distributive par rapport à la soustraction :

B = 5 x (4 – 0,5)

B = 5 x (4 – 0,5)

B = 5 x 4 – 5 x 0,5

Remarque : On peut aussi développer une expression si le facteur multiplicatif est situé après le calcul entre parenthèses.

Exemple :

C = (5 + 8) x 6

C = (5 + 8) x 6

C = 5 x 6 + 8 x 6

<u>4.2 Factoriser une expression</u>

Définition : **Factoriser** une expression est l'opération contraire du développement d'une expression.

Il s'agit d'identifier dans l'expression un facteur multiplicatif qui est **commun à tous les termes** de l'expression et à le « mettre en commun ».

<u>Exemple 1 :</u>

D = 4 x 24 + 4 x 6

On a le choix entre calculer « sans réfléchir » ou calculer astucieusement.

On remarque que le facteur 4 est répété dans l'expression.

On le souligne avant de le mettre en commun en tête de l'expression. 4 est appelé le facteur commun.

D = <u>4</u> x 24 + <u>4</u> x 6

D = <u>4</u> x (24 + 6)

D = 4 x 30

$\boxed{D = 120}$

Les 2 méthodes donnent le même résultat.

Exemple 2 : Avec la soustraction

E = 36 x 12 – 36 x 2

On a le choix entre calculer « sans réfléchir » ou calculer astucieusement.

On remarque le facteur 36 répété dans l'expression. 36 est appelé le facteur commun.

On le souligne avant de le mettre en commun en tête de l'expression.

E = $\underline{36}$ x 12 – $\underline{36}$ x 2

E = $\underline{36}$ x (12 – 2)

E = 36 x 10

$\boxed{E = 360}$

Remarquer l'alignement de la lettre E et du signe = l'un au dessous de l'autre, ligne après ligne.

Exemple 3 : Avec des expressions plus longues, des additions et des soustractions

F = 7 x 11,4 – 7 x 0,4 + 7 x 9

On a le choix entre calculer « sans réfléchir » ou calculer astucieusement.

On remarque le facteur 7 répété dans l'expression. 7 est appelé le facteur commun.

On le souligne avant de le mettre en commun en tête de l'expression.

F = $\underline{7}$ x 11,4 – $\underline{7}$ x 0,4 + $\underline{7}$ x 9

F = 7 x (11,4 – 0.4 + 9)

On effectue l'intérieur de la parenthèse.

F = 7 x 20

$\boxed{F = 140}$

4.3 A quoi ça sert ?

Exemple 1 : A calculer astucieusement sans se fatiguer et sans machine

A= 7,4 × 99 --→ *on transforme le nombre 99*
= 7,4 × (100 – 1) --→ *on développe l'expression*
= 7,4 × 100 – 7,4×1)
= 740 – 7,4--→ *on calcule facilement*
<u>A = 732,6</u>

Exemple 2 : A calculer de plus en plus astucieusement, en exerçant son coup d'œil, même quand le facteur commun n'est pas évident.

$C = 14x37 + 14x39 + 28x12$

Le facteur commun est 14 mais on ne le voit pas immédiatement

$= 14 x37 + 14 x39 + 14 x 2 x12$

$= 14 (37 + 39 + 24)$

$= 14 x 100$

$\underline{C = 1400}$

Exemple 3 : A reconnaître des calculs astucieux en cascade c'est-à-dire avec plusieurs étapes, pour calculer vite et sans effort.

$D = 7,8 x13,4 + 3,2 x 13,4 + 11 x 6,6$

Le facteur commun évident est 13,4 mais seulement partiel

$= 13,4 x(7,8 + 3,2) + 11x6,6$

$= 13,4 x11 + 11x 6,6$

Un 2ème facteur commun apparaît en cours de route : 11

$= 11 (13,4 + 6,6)$

$= 11 x 20$

$\underline{D = 220}$

4.4 Regroupements astucieux basiques (à connaître par cœur)

4x25=100

4x2,5= 10

4x0,25=1

8x25=200

125x4=500

125x8=1000